

# 令和元年度 数学科教育法Ⅲ

9月 9日 (月) 担当教員： 福谷 敏

◎講義題目：「教材研究の楽しみ方Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ」

◎講義内容：

## 1. 「教材研究」をどうやるか？

方法論「正しいことを正しく」→→「わかるとは」と問い→→そして色々な方向で深める

予定のテーマ：教える教材の学び方、教材の整理の仕方

今年も中学高校数学の最大最小問題や離散数学を題材にして展開する予定ではありますが

**予習問題：この中学数学・高校数学・大学年数学で、生徒・学生のときの困ったこと、教える立場（で必要になりそうな範囲で）で授業しにくそう、説明しにくそうなこと、教材についての疑問などを、問いの形にしておくこと。また、今の「わからない」経験を思い出す。**

例：円の面積公式は、どう高校生が証明するのか、教科書のどこで示されているのか？  
「場合の数」「整数問題」は整理して教えるのが難しそうだがどこまで教材研究？ など  
問題意識をもって、先生の立場を想像し、一緒に考えてみよう。

## 2-1. 素材探し：「良い問題」を求める。

(生徒の中の アイデア・知識のネットワーク化 体系化 悟り)

予定の問題：「ピタゴラスの定理」の証明法について考えてもらう予定。

「点と直線の距離」の公式の証明は記述してもらう予定。

( はじめて習う人の理解可能な証明法と現在の自分の一番じっくりくる証明(説明)法。)

中高の単元の鳥瞰も試みるので、参加者は都合のいい1単元を選び、まとめや導入用に、

**予習問題：その単元を象徴する単純な問題を選んでおいてください。**

## 2-2. 素材探し：「数学のトリビア」と出会う。

素材探し(少し豊かな気持ちになるトリビア)、

「平方」に関するトリビア

例：「このコピー紙の縦横の比は2の平方根である」

例：「2次関数のグラフは皆相似だ」

**出席チェック問題(#): 数学のトリビアをひとつ見つけてきてください。**

(できればこの授業の際、紹介します)。

## 3. 「教材の限界(本当の難しさ または 凄さ)」を調べ、見通すこと、教える立場の疑問

「 $\pi$ の無理数性」を扱う予定ですが、「初等関数で積分が表せない積分?」「調和級数の数列の和の公式がない?」「中二 恐怖の角度問題(ラングラーの問題)」など題材は迷っています。

授業は適度な順番で扱う予定です。

◎参考書等：

いま大学で学んでいるものの多くが教材研究になる。とくに専門の学問を学んだことは、内容や、学ぶプロセスも含め、経験がえがたいのでは？

高校数学の内容について モノグラフ「公式集」(科学振興社)がまとまっている。

「わかるとは」について 山鳥重「わかるとはどういうことか」中公新書

## 令和元年度 数学科教育法Ⅲ

9月10日(火) 担当教員：飯島康之

---

◎講義題目：「数学教育における ICT 利用 - 問題解決の観点から」

講義内容：

1. 数学教育における「問題解決」
2. 数学教育における ICT 利用(概括)
3. 大画面での「現象の提示」と問題の理解・観察・検証
  - (1)関数グラフツールとしての Grapes を使った事例
  - (2)表計算ソフトとしての Excel を使った事例
4. グループでの協働学習を支援するものとしてのタブレット
5. 「主体的・対話的で深い学び」に向けて
6. 作図ツールとしての GC/html5 を使った事例

備考：テストは授業の中で扱ったことに即して行います。

◎予備知識：特に必要としない

◎参考書等：Polya.G. いかにして問題をとくか, 丸善

<http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijjima/ijjima.htm>

9月11日(水) 担当教員： 川村 司

- ◎ 講義題目： 「① 戦後の(新制)高等学校数学科学習指導要領の変遷」  
「② コンパスと定規による幾何学作図問題」

◎ 講義内容：

① 戦後の算数数学科教育の流れを、高等学校の学習指導要領の変遷を通じて概観する。  
② ガウスの時代(1777-1855)、優れた数学者は多くいたがガウスの考え方はそれまでの思考方法を大きく転換させる(パラダイムチェンジ)画期的なものであった。ここでは、中高数学の幾何学分野の教材研究材料として、ガウスの最若年時の業績として知られる、「コンパスと定規による正多角形の作図可能性の問題」を、土台となる知識にも触れながら解説する。講義の途中で、従来我々が「コンパスと定規による方法」と呼んでいる方法では、「一般角の3等分」や、「正7角形の作図」は不可能であることをガウスの手法により証明する。また、実際に正3,5,15角形を作図する。講義に続いて受講生に正17角形を作図する作業を課す。下の項目に従って授業を進める。

数体、既約・可約に関する定理、ガウスの定理、アイゼンシュタインの判定法、ギリシャ時代の幾何学作図不能問題、フェルマーの(小)定理と原始根、解明された(コンパスと定規による)正 $n$ 角形の作図可能性、(実際に)正3角形・正5角形・正15角形・正17角形を作図する。

◎ 予備知識その他：

- ① の予備知識は不要。 ② については配布する教材に詳しく記述した。要となる処は詳しく話をしたい。素数の詳しい解説はできないので各自学んでおくこと。

- ◎ 参考書等：
- |               |           |       |
|---------------|-----------|-------|
| 藤原松三郎著        | 代数学 第2巻   | 内田老鶴圃 |
| 窪田忠彦著         | 初等幾何学作図問題 | 同上    |
| 高木貞治著         | 初等整数論講義   | 共立出版  |
| ファン・デル・ヴェルデン著 | 銀林 浩訳     |       |
|               | 現代代数学 1,2 | 東京図書  |
| 笹部貞一郎著        | 幾何学問題の解き方 | 聖文社   |

**大切な連絡：当日、(精度の高い)コンパス、15センチ以上の定規(目盛り不要)、黒の鉛筆(できれば赤も)、消しゴム を必ず持ってくること。**

## 令和元年度 数学科教育法Ⅲ

9月12日(木) 担当教員：浪川 幸彦

---

◎講義題目：「学校数学に現れる関数の体系的理解」

◎講義内容：

1. 学校数学における「関数」の位置付け
  - ・学習指導要領での関数および関連諸概念
  - ・数学的内容カテゴリーでの「関数」の位置付け  
出発点：正比例と反比例
2. 多項式関数
  - ・一次関数
  - ・二次関数
  - ・多項式と多項式関数
3. 変化の性質から見た初等関数
  - ・指数関数・対数関数・べき乗関数
4. 関係の性質から見た初等関数
  - ・指数関数・対数関数・三角関数
5. (学校数学に現れる)初等関数の定義

◎予備知識：

- ・教養で学んだ微分積分学／線型代数学
- ・常微分方程式論の初歩

◎参考書等：

- ・高等学校学習指導要領解説（数学編・理数編）
- ・PISA2012年調査 評価の枠組み OECD 編著

9月13日(金) 担当教員： 深川英俊

◎講義題目：「日本の数学」

◎講義内容：

数学教育の一つの方法に数学の歴史から題材を求めて文化としての数学を紹介する試みがある。実際には内容が高度になり数学の歴史から題材を求めることは難しい。例えばある数学者を紹介してその内容となると教室で紹介するには難しすぎる。しかし数学は学問として同時に文化として発展してきた。教育現場での数学教育は数学専門家を育てるものではなく、社会で必要とされる数学知識を伝えると同時に文化としての数学あるいは人間本来持っている知識欲を満たす分野としても伝えたい。そのような材料があるのでしょうか。生徒の頭脳を刺激して数学を楽しむ。

しかし偶然にも我々は素晴らしい題材を持っている。それは江戸時代に発達した「和算」である。これはアカデミアで発達した学問ではなく、庶民の数学として発達したためその考え方やアイデアに中学・高校数学教育にとって有効な題材を多く見つけることができる。講義ではこれの教育に有効と思われる分野を紹介する。

日本の数学である和算はその基本を中国数学に学んでいるがその後の発展では独自の発達をした。まず徳川幕府が外国からの侵略を防ぐため西洋との接触を制限した。そのため西洋の数学はそれほど輸入されなかった。長い間の統治に置いて国内整備を図り各藩には産業を奨励したため、産業は活発となり計算がどうしても必要になった。現代の電卓に対する計算機「そろばん」の需要は全ての人に必要な能力となった。また各藩での測量は重要な課題となり各藩では和算家は確実に必要な知識人となり重宝された。数学の本は庶民に売るためにそろばん習得をまず載せてその後に購買意欲を起こさせるための興味付け問題を載せた。これは数学教育にとっては大事である。本を売るために興味ある問題を載せる。生徒の興味を引き起こす問題とはどのようなものであろうか。そのいくつかを江戸時代の原書に求めて講義で紹介する。

◎予備知識：

大学教養課程までの基本性質。図形問題の解法。

◎参考書等：

「日本の幾何」深川英俊・ダンペドー共著。1991年発行。森北出版。

「日本の数学(上・下)」深川英俊著。1995年発行。森北出版。

Fukagawa Hidetoshi & Tony Rothman, "Sacred Mathematics", Princeton University press.2008.(日本語版『聖なる数学』2010年4月発行。森北出版)